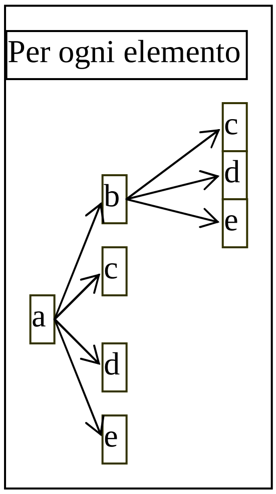
# CALCOLO COMBINATORIO

**Disposizioni semplici** di n oggetti presi k (≤n) alla volta; differiscono o per gli elementi o per l'ordine.

$D_{n,k} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-k+1)$ prodotto di k fattori a partire da n oppure $D_{n,k} = \dfrac{n!}{(n-k)!}$

**Esempio 1** A={a,b,c,d,e} scegliere gruppi di tre elementi (esempio come far sedere tre di 5 persone in una corsia di aereo ha importanza sia la persona che il posto)
Per ogni lettera che occupa il primo posto (5 possibilità**)** posso abbinare una seconda lettera, diversa dalla prima al secondo posto (4 possibilità) ed una terza, diversa dalle prime due, al terzo posto (3 possibilità)
5 4 3 = 60 sono le disposizioni ottenute
In alternativa considero tutti i gruppi da tre e li permuto:
abc abd abe acd ace ade bcd bce bde cde (6 permutazioni per 10 gruppi= 6 10 = 60




**Disposizioni** con **ripetizione** di n oggetti presi k alla volta; differiscono per l'ordine e uno può comparire più volte. $D'_{n,k} = n^k$

**Esempio 2** consideriamo le possibili combinazioni della colonna delle partite di calcio: sono tredici risultati ma quelli possibili solo 3: {1, x, 2} quindi devo considerare i tre oggetti presi tredici alla volta . . .devono ripetersi. Per ogni risultato di una partita (3) ce ne sono altrettanti per la seconda e per la terza e così via fino ad avere 3 alla 13.
Le disposizioni con ripetizione sono quelle usate per le COMBINAZIONI delle casseforti infatti se devo fare un codice a 13 cifre con le 10 a disposizione (con ripetizione) avrei 10^13 possibilità.

**Permutazioni semplici** di n elementi distinti, differiscono per l'ordine $P_n = n!$

**Esempio 3** i vari modi che ho per far sedere gli sposi, appendere 3 quadri alla parete, far sedere 4 persone nell'auto omologata per 4 etc. gli sposi 2 modi=2!; i quadri abc acb bac bca cab cba =3! , le persone . . . .

**Permutazioni** con **ripetizione** di n elementi di cui k, h, .. uguali fra loro $P^{(k,h,\ldots)}{}_n = \dfrac{n!}{k!h!\ldots}$

**Esempio 4** gli anagrammi anche privi di significato della parola AMATO. Poiché vanno eliminate dal conteggio quelle in cui si permutano le due A si deve dividere per 2 = 2! Infatti Amato è uguale ad amAto (le due a le ho fatte diverse per mostrare la differenza)
Se le uguali sono di più devo dividere per il numero corrispondente le loro possibili permutazioni:
in AMATA la A si ripete 3 volte; in MATTIA ci sono due lettere che si ripetono 2 volte.

**Combinazioni semplici**, si differenziano solo per gli elementi e non per l'ordine.

$C_{n,k} = \dfrac{D_{n,k}}{P_k} = \dbinom{n}{k}$ dove $\dbinom{n}{k} = \dfrac{n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1)}{k!} = \dfrac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$

**Esempio 5** A={a,b,c,d,e} scegliere gruppi di tre elementi distinti (esempio una rappresentanza per il gruppo se c'è aldo barbara e carlo oppure carlo barbara e aldo è lo stesso gruppo)
Dalle disposizioni devo eliminare le possibilità che gli elementi si ripetano quindi divido per 3! E ottengo 10 che sono i gruppi trovati nell'esempio 1

**Combinazioni** con **ripetizione**

$C'_{n,k} = C_{n+k-1,k} = \dbinom{n+k-1}{k}$ dove $\dbinom{n+k-1}{k} = \dfrac{n \cdot (n+1) \cdots (n+k-1)}{k!} = \dfrac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$

**Esempio 6** le combinazioni con ripetizione di lunghezza 2 degli elementi di {1,2,3,4,5} sono 6! / (2! 4!) = 15 cioè: 11, 12, 13, 14, 15, 22, 23, 24, 25, 33, 34, 35, 44, 45, 55.

**Binomio** di **Newton**

$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \dbinom{n}{k} a^{n-k} b^k$ sono n+1 termini, ad es il 3° (0,1,2) della potenza 5 è $\dbinom{5}{2} a^3 b^2 = 10 a^3 b^2$

$\dbinom{n}{k} + \dbinom{n}{k+1} = \dbinom{n+1}{k+1}$ proprietà dei coefficienti binomiali verificabile sul triangolo di tartaglia